

## 2017-02-02 Matematyka Mechatronika (wBMiZ) I.1 – zagadnienia egzaminacyjne

1. Struktura aksjomatyczna matematyki (pojęcia pierwotne, aksjomaty, wnioskowanie logiczne), np. w geometrii (eliptyczna, euklidesowa, hiperboliczna).
2. **Wzór dwumianowy Newtona, współczynniki dwumienne (i rekurencja dla nich; wyprov.), trójkąt Pascala.**
3. Ciąg  $N \subset N_0 \subset Z \subset Q \subset R$  – rozszerzanie spektrum zadań rozwiązywalnych.
4. **Suma, różnica, iloczyn zbiorów. Para i  $n$ -tka, iloczyn kartezjański. Relacja w iloczynie  $X \times Y$ .**
5. **Funkcja, jej dziedzina i obraz; jej rodzaje (iniekcja, surjekcja, bijekcja). Skalowanie, suma, różnica, iloczyn, iloraz i złożenie funkcji oraz funkcja odwrotna.**
6. **Relacja równoważności, klasa abstrakcji, zbiór ilorazowy.**
7. **Układy kartezjański  $Oxy$  i biegunowy  $Or\theta$  oraz związki między nimi.**
8. **Równanie funkcji jawne, uwikłane i parametryczne w układzie kartezjańskim  $Oxy$ .**
9. **Wektory zaczepione i swobodne – geometrycznie, euklidesowo oraz kartezjańsko, też jako kombinacja liniowa wektorów jednostkowych.**
10. **Iloczyn skalarny w  $R^2$  i  $R^3$  – geometrycznie i analitycznie, kosinus kąta między wektorami i prostopadłość.**
11. **Iloczyn skalarny w  $R^n$  – definicja, kosinus kąta między wektorami, prostopadłość.**
12. **Równania prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej, prostej i płaszczyzny w przestrzeni trzywymiarowej  $R^3$ .**
13. **Iloczyn wektorowy – geometrycznie i analitycznie, także wyznacznikowo.**
14. **Iloczyn mieszany – geometrycznie i analitycznie, także wyznacznikowo.**
15. **Macierz, rodzaje macierzy (kwadratowa, 0-1, symetryczna, diagonalna, górnio- i dolnotrójkatna, schodkowa) i przykłady (jednostkowa, Hadamarda, Hilberta, symetryczna, Vandermonde'a, Dürera).**
16. **Obraz macierzowy krzywej płaskiej (też zamkniętej, np. kwadratu) oraz krzywej przestrzennej.**
17. **Stopień, wyznacznik (rozwińnięcie Laplace'a, własności), odwrotność macierzy.**
18. **Układ kramerowski  $Ax = b$ : wzory Cramera, rozwiązanie  $A^{-1}b$ , metoda eliminacji Gaussa.**
19. **Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego.**
20. **Zagadnienie transportowe.**
21. **Zagadnienie własne macierzy, też jej wielomian charakterystyczny i widmo.**
22. **Ciąg liczbowy, jego rodzaje (np. 0-1, rosnący, ograniczony) i przykłady (arytmetyczny, geometryczny, liczb trójkątnych).**
23. **Zbieżność ciągu liczbowego, warunek konieczny zbieżności.**
24. **Tw. Bolzano-Weierstrassa (o podciągu zbieżnym ciągu ograniczonego, o punkcie skupienia tego ciągu).**
25. **Ciąg (roz)bieżny do  $\infty$  (tj. mający granicę niewłaściwą). Ciąg Fibonacciego i liczba złota/Fidiasza.**
26. **Arytmetyka granic. Symbole nieoznaczone  $0/0, \infty/\infty, \infty-\infty, 0 \cdot \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$ ,**
27. **Twierdzenie o trzech ciągach i przykłady jego zastosowania.**
28. **Twierdzenie Bernoulliego o ciągu monotonicznym i ograniczonym.**
29.  **$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$ , i wyprowadzenie.**
30. **Tw. Bernoulliego o istnieniu liczby  $e$ , także dowód.**
31. **Definicje i własności funkcji elementarnych (wielomiany, funkcje wymierne, trygonometryczne i hiperboliczne oraz do nich odwrotne, logarytm i funkcja wykładnicza).**
32.  **$\lim_{x \rightarrow 0} \text{sinc}(x) = 1$  (jak zawsze,  $\text{sinc}(x) := \sin(x)/x$ ) i wyprowadzenie.**
33. **Szereg liczbowy i jego suma (w tym geometr., Huygensa, harmoniczny, anharmoniczny Leibniza, bazylejski).**
34. **Kryteria zbieżności szeregów liczbowych: porównawcze, d'Alemberta, Cauchy'ego, Leibniza.**
35. **Sąsiedztwo i otoczenie punktu, ciągłość funkcji w punkcie (Heine, Cauchy) i w przedziale.**
36. **Tw. Weierstrassa (funkcja ciągła na przedziale domkniętym jest ograniczona i osiąga kresy).**
37. **Tw. Bolzano (funkcja ciągła w przedziale domkniętym przyjmuje w nim wartość 0).**
38. **Wartość (także lewo- i prawostronnej) pochodnej funkcji w punkcie, pochodna – definicja, interpretacje geometryczna i fizyczne (prędkość), wyznaczenie pochodnej z definicji. Różniczka funkcji.**
39. **Pochodna kombinacji liniowej, iloczynu, ilorazu, złożenia i funkcji odwrotnej.**
40. **Pochodna funkcji danej parametrycznie  $[x = x(t), y = y(t)]^T$ . Sieczna, styczna i normalna do krzywej  $y = f(x)$  oraz zdefiniowanej parametrycznie  $[x = x(t), y = y(t)]$ .**
41. **Ciągłość i różniczkowalność funkcji, a więc warunek konieczny różniczkowalności funkcji.**
42. **Twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego.**
43. **Pochodna zwyczajna rzędu  $n$ -tego i pochodne cząstkowe.**
44. **Kryteria różniczkowe monotoniczności i wypukłości funkcji  $y = f(x)$ . Tw. Fermata o ekstremach funkcji.**
45. **Asymptoty funkcji oraz wyznaczanie asymptot liniowych  $y = kx + m$ .**
46. **Reguły de l'Hospitala.**
47. **AWOSAMEWI (arg., wartości, okres., symetria, asymptoty, monotoniczność i ekstrema, wypukłość i infleksje).**
48. **Ciągi i szeregi funkcyjne. Szereg Taylora i jego zbieżność do funkcji go generującej.**
49. **Krzywizna – definicja, wzór, wyprowadzenie, przykład.**
50. **Obwiednia – definicja, równanie obwiedni, przykład.**